

## 1.2 Die Bildungsstandards Mathematik

### 1.2.1 Konzeption der Mathematik-Standards

Das Kompetenzmodell, das den Bildungsstandards *Mathematik* zu Grunde liegt, greift in Teilen zurück auf Modelle, die sich in anderen Zusammenhängen bereits bewährt haben<sup>3</sup>. Es werden drei Dimensionen unterschieden, die man kurz als „Prozess“- , „Inhalts“- und „Anspruchs“- Dimension bezeichnen kann (Abb. 1):

1. die „allgemeinen mathematischen Kompetenzen“,
2. die „inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen“, geordnet nach „Leitideen“,
3. die „Anforderungsbereiche“.

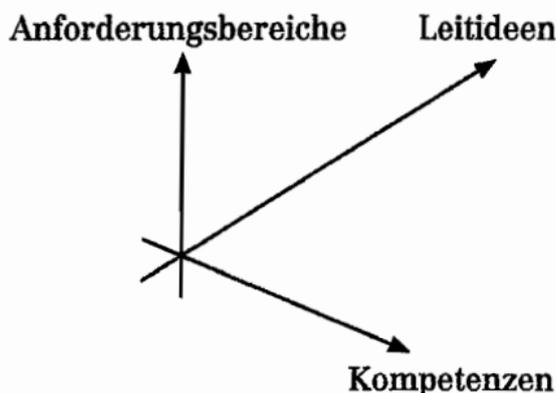


Abb. 1

<sup>3</sup> Insbesondere bei der PISA-Studie, siehe OECD (2003); dort unterscheidet man „Competencies“ als Prozess-Dimension, „Overarching Ideas“ als Inhalts-Dimension und „Competency Clusters“ als Anspruchs-Dimension.

**Zu 1.:** Die *allgemeinen mathematischen Kompetenzen* (kurz: *Kompetenzen*) sind:

- Mathematisch argumentieren,
- Probleme mathematisch lösen,
- Mathematisch modellieren,
- Mathematische Darstellungen verwenden,
- Mit Mathematik symbolisch/formal/technisch umgehen,
- Mathematisch kommunizieren.

Diese Kompetenzen bilden den Kern der Mathematik-Standards. Hiermit (siehe dazu Niss 2003) werden zentrale Aspekte des mathematischen Arbeitens in hinreichender Breite erfasst. Wer Mathematik betreibt, der modelliert, argumentiert, verwendet Darstellungen, rechnet, ... Es ist dabei weder möglich noch beabsichtigt, diese Kompetenzen scharf voneinander abzugrenzen. Vielmehr gibt es natürliche Überlappungen, und beim mathematischen Arbeiten treten i. A. mehrere Kompetenzen im Verbund auf. Dabei hat jede dieser Kompetenzen eine „aktive“ und eine „passive“ Komponente: selbst argumentieren versus gegebene Argumente aufnehmen, verstehen, verwenden oder bewerten; selbst modellieren versus gegebene Modelle verwenden; selbst Sachverhalte für andere darlegen versus gegebene Darlegungen (Texte) aufnehmen, verstehen oder bewerten. Eine genauere Beschreibung der Kompetenzen findet sich in Kap. 2, s. S. 33 dieses Buchs.

**Zu 2.** Die *inhaltlichen Leitideen* sind:

- Zahl,
- Messen,
- Raum und Form,
- Funktionaler Zusammenhang,
- Daten und Zufall.

Diese Leitideen versuchen, die Phänomene (FREUDENTHAL 1983) zu erfassen, die man sieht, wenn man die Welt mit mathematischen Augen betrachtet. Man sieht z. B. Quantifizierungen aller Art (*Zahl*) oder man sieht ebene und räumliche Figuren, Formen, Gebilde, Muster (*Raum und Form*). Zur „Welt“ gehört auch die mentale Welt unserer Gedanken und Ideen. Aus diesen Leitideen heraus haben sich die mathematischen Stoffgebiete Arithmetik/Größen, Geometrie, Algebra und Stochastik entwickelt. Leitideen und Stoffgebiete sind aber nicht identisch. Innerhalb der Leitideen werden dann konkrete inhaltsbezogene Kompetenzen (wie „Nutzen der Prozentrechnung bei Wachstumsprozessen, z. B. bei der Zinsrechnung“) benannt.

**Zu 3.** Kompetenzen zeigen sich insbesondere in Form von Tätigkeiten beim Aufgabenlösen (in weitem Sinne, s. o.). Die *Anforderungsbereiche* sollen den kognitiven Anspruch, den solche kompetenzbezogenen Tätigkeiten erfordern,

auf theoretischer Ebene erfassen. Man unterscheidet in den Bildungsstandards Mathematik drei Anforderungsbereiche, die mit „I. Reproduzieren“, „II. Zusammenhänge herstellen“ und „III. Verallgemeinern und reflektieren“ überschrieben sind. Diese Überschriften geben Orientierungen, sie dürfen jedoch nicht wörtlich genommen werden. Wenn etwa ein Zusammenhang mit einem einzigen Schritt hergestellt werden kann, wird man die Tätigkeit dem Bereich I zuweisen. Sind hierfür dagegen komplexe, nicht aus anderen Kontexten abrufbare Tätigkeiten nötig, wird man dies in Bereich III einordnen. Hier ist eine wichtige Klarstellung erforderlich. Je nach dem vorangegangenen Unterricht können Aufgabenstellungen mehr oder weniger vertraut (und damit tendenziell auch mehr oder weniger schwierig) für Schüler sein. Dies wird mit dem Konzept des Anforderungsbereichs *nicht* erfasst, es geht hierbei nur um die – einer Aufgabe inhärente – kognitive Komplexität. Natürlich hängt auch diese wiederum mit der Aufgabenschwierigkeit zusammen – tendenziell sind Aufgaben aus Bereich III schwieriger für Schüler als Aufgaben aus Bereich I. Eine genauere kompetenzspezifische Ausdifferenzierung der drei Anforderungsbereiche wird ebenfalls in Kap. 2 beschrieben.

Mit dieser einführenden Beschreibung der drei Dimensionen wird der „Geist“ der Bildungsstandards noch nicht zureichend erfasst. Die Bildungsstandards Mathematik beziehen sich explizit auf die von H. WINTER (1995) formulierten „*Grunderfahrungen*“, die jedem Schüler im Mathematikunterricht zu ermöglichen sind:

- Erscheinungen der Welt um uns, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, mit Hilfe von Mathematik in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen.
- Mathematische Gegenstände als geistige Schöpfungen und als eine Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen.
- In der Auseinandersetzung mit Mathematik heuristische Fähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, zu erwerben.

Man könnte vom anwendungs-, struktur- und problemorientierten Aspekt der Mathematik sprechen. Alle (der letzte am deutlichsten) weisen darauf hin, dass die Vermittlung allgemeiner Kompetenzen zentrales Ziel des Mathematikunterrichts ist. Die Bildungsstandards Mathematik sind der Versuch, diese allgemeinen Bildungsziele in Form weit gefächerter Kompetenzanforderungen zu erfassen und zu konkretisieren. Hieraus legitimiert sich auch die Verwendung des Begriffs *Bildungsstandards*. Nochmals wird hier deutlich, dass die Mathematik-Standards dezidiert *fachspezifisch* konzipiert sind, von einer breiten Mathematik-Auffassung ausgehen und auf Traditionen zurückgreifen, die sich in der Fachdidaktik Mathematik in großem Konsens über Jahrzehnte hinweg entwickelt haben. Die Standards tragen dazu bei, diesen Konsens auch wirklich ernst zu nehmen und Mathematiklehrer nach Kräften darin zu bestärken, ihn im Alltagsunterricht umzusetzen.